

## Méthodes pour choisir le bon symbole



Cours



Quiz



Accueil

### Comment choisir entre « = » et « $\Leftrightarrow$ » ?

Rappel de la signification de chaque symbole :

- le symbole « = » sépare **deux objets** mathématiques (ou deux expressions) qui ont la **même valeur**.
- le symbole «  $\Leftrightarrow$  » sépare **deux propositions** mathématiques qui **s'impliquent mutuellement** (autrement dit qu'elles sont simultanément vraies ou simultanément fausses).

Prérequis : pour bien comprendre ce qui suit, il faut connaître la signification précise des termes mathématiques :



- objet mathématique, expression, équation / inéquation
- proposition mathématique, symboles implique, équivalent

Sinon, cliquez sur les mots mal maîtrisés avant de lire la suite.

Voici des méthodes qui aident à choisir le bon symbole (« = » et «  $\Leftrightarrow$  » ?), à ne plus les confondre.

### 1. Méthode du « Qu'est-ce qui est transformé ? »

Les affirmations utilisant les symboles « = » ou «  $\Leftrightarrow$  » se présentent sous la même structure :

<la partie à gauche> symbole <la partie à droite>

Les deux symboles « = » et «  $\Leftrightarrow$  » permettent tous deux de faire le lien entre deux **parties transformées**,

**MAIS** ces parties ne sont **pas de même nature selon le symbole utilisé** !

Donc, se demander : **Qu'est-ce qui est transformé ?** (autrement dit : quelle est la nature des 2 parties autour du symbole ?)

**Si chacune des parties de part et d'autre du symbole est ... :**

... un objet mathématique de type :	... une proposition mathématique, comme :
<ul style="list-style-type: none"> <li>un <b>nombre</b> : soit une valeur numérique (comme « 2 »), soit une lettre minuscule (comme la variable <math>x</math>, le paramètre <math>a</math> ou encore la constante <math>\pi</math>)</li> <li>une <b>expression</b> (comportant des opérations entre valeurs numériques, lettres minuscules, constantes)</li> <li>une <b>fonction</b> (comme <math>f</math> ou <math>g</math> ou encore la v.a. <math>X</math>)</li> <li>un <b>vecteur</b> (comme <math>\vec{u}</math>, <math>\vec{AB}</math>) ou une expression vectorielle (comme <math>2\vec{AB} - \vec{AC}</math>)</li> <li>ou un <b>ensemble</b> de nombres (comme <math>\{1;2\}</math>, <math>\mathbb{N}</math> ou <math>]0; +\infty[</math>), ou plus généralement un ensemble d'éléments (comme <math>\{Pile; Face\}</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>une <b>affirmation</b> mathématique (comme <math>2 + 3 = 5</math> ou <math>A \in (BC)</math> ou encore <i>le triangle ABC est rectangle en A</i>)</li> <li>une <b>équation</b> (une égalité entre deux nombres ou deux expressions, voire deux fonctions) ou une <b>inéquation</b>, dont le but est de trouver l'inconnue.</li> </ul>
... alors utiliser le symbole « = »	... alors utiliser le symbole « $\Leftrightarrow$ »
Exemple : $f(x) = 2x^2 - 3$ (expressions ici)	Exemple : $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3 = 0$ (équations ici)

Vocabulaire mathématique : on ne dit pas que :

- 2 points sont égaux mais confondus (de même pour les ensembles de points comme les droites ou les plans).
- 2 issues sont égales mais identiques.

## 2. Méthode du verbe dans l'énoncé

**Si la question posée est :**

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer ...</li> <li>• Développer / réduire ...</li> <li>• Factoriser ...</li> <li>• Simplifier ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre ...</li> <li>• Trouver x vérifiant...</li> <li>• Démontrer &lt;une équivalence&gt;</li> </ul>
<p>... <b>alors il faut n'utiliser que</b> le symbole « = ».</p> <p>Dans ce cas, il s'agit avant tout d'une question demandant de <b>CALCULER</b>.</p>	<p>... <b>alors il faut utiliser</b> le symbole « <math>\Leftrightarrow</math> ».</p> <p>Dans ce cas, il s'agit avant tout d'une question demandant de <b>RAISONNER</b> (avec la logique des implications) voire - en second lieu, de calculer.</p>



**Si la question est : Montrer que <une égalité>** : on peut raisonner soit par équivalence, soit simplement effectuer des calculs (ex : partir du membre de droite et aboutir par égalités successives au membre de gauche).

## 3. Méthodes de vérification du symbole choisi

Si on pense utiliser le symbole « = » :	Si on pense utiliser le symbole « $\Leftrightarrow$ » :
<p>( méthodes valables pour les nombres réels ou les fonctions, mais pas pour les vecteurs ni les ensembles) :</p> <p><b>Méthode des nombres tous égaux :</b> Lorsqu'on écrit plusieurs « = » à la suite, cela signifie que les nombres/fonctions écrits sont <u>tous</u> égaux :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• du premier au dernier,</li> <li>• même si on remplace (partout) une variable (ex : x) par une valeur numérique.</li> </ul> <p><b>Méthode de remplacement par « <math>\leq</math> »</b> Remplacer « = » par « <math>\leq</math> » et regarder si cela veut encore dire quelque chose.</p>	<p><b>Méthode du verbe :</b> Si on lit la partie de gauche (ou de droite) et que l'on emploie un <u>verbe</u>, c'est que l'on a lu une <u>phrase</u> (une proposition a priori) donc que l'on peut mettre un « <math>\Leftrightarrow</math> » juste après pour faire le lien avec la phrase qui suit.</p> <p>( « = » se prononce « est égal à » donc contient un verbe !</p> <p><b>Méthode de la phrase de type « SI ... ALORS ... »</b> Un « <math>\Leftrightarrow</math> » (équivalent) est une façon <u>compacte</u> de dire 2 phrases. Donc, <u>décompacter</u> et essayer de voir si cela a un sens de dire : <b>SI</b> &lt;partie de gauche&gt; est vraie, <b>ALORS</b> &lt;partie de droite&gt; est vraie.</p> <p><b>Méthode du vrai faux</b> Si on peut dire que la &lt;partie de gauche&gt; est une affirmation soit vraie, soit fausse, alors on peut employer un « <math>\Leftrightarrow</math> ».</p>
<p><b>Si c'est bien le cas, on peut utiliser « = ».</b></p> <p>Exemple 1 : <math>f(x) = x^2 - 1 = (x-1)(x+1)</math> a un sens car tous ces nombres ont la même valeur (même en remplaçant x par des valeurs numériques).</p> <p>Exemple 2 : <math>g(x) = x - 1</math> est possible car l'écriture « <math>g(x) \leq x - 1</math> » a un sens en mathématiques.</p>	<p><b>Si ce n'est pas le cas, ne pas employer « <math>\Leftrightarrow</math> ».</b></p> <p>Exemple 1 : <math>f(x) \Leftrightarrow x+2</math> n'est pas correct car « f(x) » n'est pas une phrase mathématique (pas de verbe dans « f de x » !).</p> <p>Exemple 2 : le triangle ABC est rectangle en A <math>\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2</math> est possible car cela a un sens de dire : <b>SI</b> le triangle ABC est rectangle en A <b>ALORS</b> <math>AB^2 + AC^2 = BC^2</math>.</p> <p>Exemple 3 : <math>g(x) \Leftrightarrow 3</math> n'a pas de sens car "3" ne peut être vrai ou faux. C'est un nombre !</p>

## 4. A toi de jouer !

Vérifie que tu as bien compris avec ce petit quizz ...

