Les combinaisons







1. L'essentiel du cours sur les combinaisons

Définition : Soient E un ensemble fini à n éléments (avec $n \in \mathbb{N}$) et k un entier tel que $0 \le k \le n$.

Une **combinaison de** k **éléments de** E est une partie de k éléments de E .

Le nombre de combinaisons de k éléments parmi les n éléments de E est noté $\binom{n}{k}$ (se lit « k parmi n »).



Attention : Dans une combinaison, l'ordre des éléments n'a pas d'importance (contrairement aux arrangements). Ainsi $\{1;2\}$ et $\{2;1\}$ correspondent à la même combinaison de E .

Mais comme dans un arrangement, les éléments ne se répètent pas.

La propriété dans le cas général à savoir est :

<u>Propriété</u>: Pour tous les entiers n et k tels que $0 \le k \le n$:

$$\binom{n}{k} = \frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

NB: ce qui donne les propriétés suivantes dans les cas particuliers où k vaut 0, 1 ou n:

Propriétés: Pour tout
$$n \in \mathbb{N}^*$$
: a. $\binom{n}{0} = 1$ b. $\binom{n}{1} = n$ c. $\binom{n}{n} = 1$

Les autres propriétés utiles sont :

Propriété de symétrie : Pour tous entiers naturels n et k tel que $0 \le k \le n$:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

<u>Propriété du triangle de Pascal</u>: Pour tous entiers naturels n et k tel que $0 \le k \le n$:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Propriété (somme des coefficients binomiaux) : Pour tout
$$n \in \mathbb{N}$$
 : $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

2. Vidéo de rappels de cours et d'exercices d'application avec corrigé détaillé

Voici une vidéo rassemblant les principales connaissances qu'il faut avoir sur les combinaisons. Elle présente les éléments de cours à connaitre, des exemples, ainsi que des exercices pratiques (avec des questions simples, et d'autres plus avancées avec le principe multiplicatif, le principe additif,...):



[Source: Drole2maths]

